MEMO COMPLEXES

FORME ALGEBRIQUE $\boxed{z = a + i\,b}$ avec $a = \mathcal{R}e(z)$ et $b = \mathcal{I}m(z)$

FORME TRIGONOMETRIQUE $\boxed{z = r\,(\cos\theta + i\sin\theta) = [\,r\,,\theta\,]}$ où

r : *module*
θ : *argument*

avec $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ $\cos\theta = \dfrac{a}{r}$ $\sin\theta = \dfrac{b}{r}$

FORME EXPONENTIELLE $\boxed{z = r\,e^{i\theta}}$ où $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$. $\boxed{\left|e^{i\theta}\right| = 1}$

CONJUGUE

$\overline{z} = a - i\,b$ $\boxed{z\,\overline{z} = a^2 + b^2 = |z|^2}$

$a = \dfrac{z + \overline{z}}{2}$	z réel $\Leftrightarrow$ $z = \overline{z}$	$\overline{z + z'} = \overline{z} + \overline{z'}$	$\overline{z\,z'} = \overline{z}\;\overline{z'}$
$b = \dfrac{z - \overline{z}}{2i}$	z imaginaire pur $\Leftrightarrow$ $z = -\overline{z}$	$\overline{k\,z} = k\,\overline{z}$ (k *réel*)	$\overline{\left(\dfrac{z}{z'}\right)} = \dfrac{\overline{z}}{\overline{z'}}$

PROPRIETES

Pour tous nombres complexes z et z' :

$\left|\overline{z}\right| = |z|$
$|z\,z'| = |z|\,|z'|$
Si $z \neq 0$, $\left|\dfrac{1}{z}\right| = \dfrac{1}{|z|}$
Si $z' \neq 0$, $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$
$|z^n| = |z|^n$ où $n \in \mathbb{Z}$

Pour tous nombres complexes z et z' non nuls :

$\arg(\overline{z}) = -\arg(z)$
$\arg(z\,z') = \arg(z) + \arg(z')$
$\arg\left(\dfrac{1}{z}\right) = -\arg(z)$
$\arg\left(\dfrac{z}{z'}\right) = \arg z - \arg z'$
$\arg(z^n) = n\arg(z)$ où $n \in \mathbb{Z}$

GEOMETRIE *Pour tous points A , B et C d'affixes respectives* z_A , z_B *et* z_C :

$\boxed{Z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A}$ $\boxed{AB = |z_B - z_A|}$

avec $z_A \neq z_B$ *et* $z_A \neq z_C$:

$\boxed{\left(\vec{u}\,,\overrightarrow{AB}\right) = \arg(z_B - z_A) \quad [2\pi]}$ $\boxed{\left(\overrightarrow{AB}\,,\overrightarrow{AC}\right) = \arg\left(\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) \quad [2\pi]}$

Si I milieu de [AB] alors $z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2}$

Si G centre de gravité de ABC alors $z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3}$

Résolution de $a\,z^2 + b\,z + c = 0$ dans $\mathbb{C}$:

On calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4\,a\,c$.

1° cas : $\Delta > 0$ ☞ il y a deux solutions réelles $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.

2° cas : $\Delta = 0$ ☞ il y a une solution réelle $x_0 = \dfrac{-b}{2a}$.

3° cas : $\Delta < 0$ ☞ il y a deux solutions complexes conjuguées $z_1 = \dfrac{-b - i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$ et $z_2 = \dfrac{-b + i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.